பொருளடக்கம்

கணிதவியல்

6RXMWR
மின்னூல்

INJHLM
மதிப்பீடு

B262_12_MATHS_EM
இணைய வளங்கள்

2020 QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

21. $\rho(A) = \rho([A \mid B])$ எனில், $AX = B$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

(1) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்
(2) ஒருங்கமைவுடையது
(3) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்
(4) ஒருங்கமைவற்றது

22. $0 \le \theta \le \pi$ மற்றும் $x + (\sin\theta)y - (\cos\theta)z = 0, (\cos\theta)x - y + z = 0, (\sin\theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்றத் தீர்வு பெற்றிருப்பின், θ -ன் மதிப்பு

(1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

23. ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியானது $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu + 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் தொகுப்பானது எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும் எனில்,

(1) $\lambda = 7, \mu \neq -5$ (2) $\lambda = -7, \mu = 5$ (3) $\lambda \neq 7, \mu \neq -5$ (4) $\lambda = 7, \mu = -5$

24. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $4B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & x \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ என்க. A -ன் நேர்மாறு B எனில், x -ன் மதிப்பு

(1) 2 (2) 4 (3) 3 (4) 1

25. $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, எனில் $\text{adj}(\text{adj } A)$ -ன் மதிப்பு

(1) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 \\ 4 & -6 & 8 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

பாடச்சுருக்கம்

(1) A என்ற சதுர அணியின் சேர்ப்பு = A -ன் இணைக்காரணி அணியின் நிரை–நிரல் மாற்று அணி.

(2) $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A| I_n$.

(3) $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A$.

(4) (i) $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ (ii) $\left(A^T\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$ (iii) $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}$, λ என்பது பூச்சியமற்ற திசையிலி

(5) (i) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. (ii) $(A^{-1})^{-1} = A$

(6) A என்பது n வரிசையுடைய பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில்

(i) $\left(\text{adj } A\right)^{-1} = \text{adj}\left(A^{-1}\right) = \dfrac{1}{|A|}A$ (ii) $|\text{adj } A| = |A|^{n-1}$

(iii) $\text{adj }\left(\text{adj } A\right) = |A|^{n-2} A$ (iv) $\text{adj}(\lambda A) = \lambda^{n-1}\text{adj}(A)$, λ என்பது பூச்சியமற்ற திசையிலி

(v) $\left|\text{adj}\,(\text{adj } A)\right| = |A|^{(n-1)^2}$ (vi) $(\text{adj } A)^T = \text{adj}\left(A^T\right)$

(vii) $\text{adj}(AB) = (\text{adj}\,B)(\text{adj}\,A)$

(7) (i) $A^{-1} = \pm\dfrac{1}{\sqrt{|\text{adj } A|}}\text{adj } A.$ (ii) $A = \pm\dfrac{1}{\sqrt{|\text{adj } A|}}\text{adj }\left(\text{adj } A\right).$

(8) (i) $AA^T = A^T A = I$ எனில், A என்ற அணி செங்குத்து அணியாகும்.

(ii) A என்ற அணி செங்குத்து அணியாக இருப்பதற்குத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனையாதெனில் A பூச்சியமற்ற கோவை அணியாகவும் மற்றும் $A^{-1} = A^T$ எனவும் இருக்க வேண்டும்.

(9) $AX = B$ என்ற நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை தீர்வு காணும் முறைகள்

(i) நேர்மாறு அணி காணும் முறை $X = A^{-1}B, |A| \neq 0$

(ii) கிராமரின் விதி $x = \dfrac{\Delta_1}{\Delta}, y = \dfrac{\Delta_2}{\Delta}, z = \dfrac{\Delta_3}{\Delta}, \Delta \neq 0$.

(iii) காஸ்ஸியன் நீக்குதல் முறை

(10) (i) $\rho(A) = \rho([A\,|\,B]) =$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை எனில், தொகுப்பானது ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்.

(ii) $\rho(A) = \rho([A\,|\,B]) <$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை எனில் , தொகுப்பானது எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்.

(iii) $\rho(A) \neq \rho([A\,|\,B])$ எனில், தொகுப்பானது ஒருங்கமைவற்றது மற்றும் தொகுப்பிற்கு தீர்வு கிடையாது.

(11) $AX = 0$ என்ற சமபடித்தான நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பானது

(i) $|A| \neq 0$ எனில், வெளிப்படைத் தீர்வு பெற்றிருக்கும்

(ii) $|A| = 0$ எனில், வெளிப்படையற்ற தீர்வு பெற்றிருக்கும்

இணையச் செயல்பாடு (ICT CORNER)

https://ggbm.at/vchq92pg அல்லது Scan the QR Code

இணைய உலாவியை திறக்கவும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலி/விரைவுக் குறியீட்டை தட்டச்சு செய்யவும். GeoGebra-வின் "12th Standard Mathematics" பக்கம் தோன்றும். இப்பணித்தாள் புத்தகத்தின் இடது பக்கம் உங்கள் பாடநூலுடன் தொடர்புடைய பல அத்தியாயங்கள் காணப்படும். அவற்றில் "Applications of Matrices and Determinants" எனும் அத்தியாயத்தைத் தேர்வு செய்க. இப்பொழுது இப்பாடம் தொடர்பான பல பணித்தாள்களை இப்பக்கத்தில் காண்பீர்கள். "Application Matrices-Problem" பயிற்சித்தாளை தேர்வு செய்க.

B225_12_MATHS_TM

24. $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{1-\sqrt{3}\,i}\right)^{10}$ –ன் மதிப்பு

(1) $cis\,\dfrac{2\pi}{3}$ (2) $cis\,\dfrac{4\pi}{3}$ (3) $-cis\,\dfrac{2\pi}{3}$ (4) $-cis\,\dfrac{4\pi}{3}$

25. $\omega = cis\,\dfrac{2\pi}{3}$ எனில் $\begin{vmatrix} z+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & z+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z+\omega \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வெவ்வேறான மூலங்களின் எண்ணிக்கை.

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

பாடச்சுருக்கம்

இப்பாடப்பகுதியில் நாம் கற்றவைகள்

ஒரு கலப்பெண்ணின் செவ்வக வடிவம் என்பது $x+iy$ (அல்லது $x+yi$) ஆகும். இங்கு x மற்றும் y ஆகியவை மெய் எண்களாகும்.

இரண்டு கலப்பெண்கள் $z_1 = x_1 + iy_1$ மற்றும் $z_2 = x_2 + iy_2$ ஆகியவை சமமாக இருக்கத் தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $\mathrm{Re}(z_1) = \mathrm{Re}(z_2)$ மற்றும் $\mathrm{Im}(z_1) = \mathrm{Im}(z_2)$. அதாவது $x_1 = x_2$ மற்றும் $y_1 = y_2$.

$x+iy$ என்ற கலப்பெண்ணின் இணைக் கலப்பெண் $x-iy$ என வரையறுக்கப்படுகின்றது

இணைக் கலப்பெண்களின் பண்புகள்

(1) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

(2) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

(3) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2}$

(4) $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$, $z_2 \neq 0$

(5) $\mathrm{Re}(z) = \dfrac{z+\overline{z}}{2}$

(6) $\mathrm{Im}(z) = \dfrac{z-\overline{z}}{2i}$

(7) $\overline{\left(z^n\right)} = \left(\overline{z}\right)^n$, இங்கு n ஒரு முழு எண்

(8) z ஒரு மெய் எண் என இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே $z = \overline{z}$

(9) z ஒரு முழுவதும் கற்பனை எண் என இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே $z = -\overline{z}$

(10) $\overline{\overline{z}} = z$

$z = x+iy$ எனில் z –ன் மட்டு மதிப்பினை $|z|$ என குறிப்பிடுகின்றோம். இதனை $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$ என வரையறுப்போம்.

கலப்பெண்ணின் மட்டுக்கான பண்புகள்

(1) $|z| = |\overline{z}|$

(2) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ (முக்கோணச் சமனிலி)

(5) $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$, $z_2 \neq 0$

(6) $|z^n| = |z|^n$, இங்கு n ஒரு முழு எண்

(3) $|z_1z_2| = |z_1||z_2|$ (7) $\text{Re}(z) \le |z|$

(4) $|z_1 - z_2| \ge ||z_1| - |z_2||$ (8) $\text{Im}(z) \le |z|$

ஒரு கலப்பெண்ணின் வர்க்கமூலம் காண சூத்திரம்

$$\sqrt{a+ib} = \pm\left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i\frac{b}{|b|}\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right),$$ இங்கு $z = a+ib$ மற்றும் $b \ne 0$.

r மற்றும் θ ஆகியவை $P(x, y)$ என்ற பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பெண் $z = x+iy$ –ன் துருவ ஆயத்தொலைகள் என்க. P என்ற புள்ளியின் துருவ அல்லது முக்கோண வடிவம் என்பது

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta).$$

துருவ வடிவின் பண்புகள்

பண்பு 1

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, எனில் $z^{-1} = \frac{1}{r}(\cos\theta - i\sin\theta)$ ஆகும்.

பண்பு 2

$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ மற்றும் $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ எனில்,

$$z_1z_2 = r_1r_2\left(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)\right).$$

பண்பு 3

$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ மற்றும் $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ எனில்,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)\right].$$

டி மாய்வரின் தேற்றம்

(a) **கொடுக்கப்பட்ட கலப்பெண் $\cos\theta + i\sin\theta$ மற்றும் n என்ற முழு எண்ணிற்கு $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$.**

(b) x ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\cos x\theta + i\sin x\theta$ என்பது $(\cos\theta + i\sin\theta)^x$ –ன் மதிப்புகளில் ஒன்றாகும்.

$$z^{1/n} = r^{1/n}\left(\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)\right),\ k = 0,1,2,3,\ldots,n-1.$$

இணையச் செயல்பாடு (ICT CORNER)

https://ggbm.at/vchq92pg அல்லது Scan the QR Code

இணைய உலாவியை திறக்கவும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலி/விரைவுக் குறியீட்டை தட்டச்சு செய்யவும். GeoGebra–வின் "12th Standard Mathematics" பக்கம் தோன்றும். இப்பணித்தாள் புத்தகத்தின் இடது பக்கம் உங்கள் பாடநூலுடன் தொடர்புடைய பல அத்தியாயங்கள் காணப்படும். அவற்றில் "Complex Numbers" எனும் அத்தியாயத்தைத் தேர்வு செய்க. இப்பொழுது இப்பாடம் தொடர்பான பல பணித்தாள்களை இப்பக்கத்தில் காண்பீர்கள். "Functions Identification" பயிற்சித்தாளை தேர்வு செய்க.

B225_12_MATHS_TM

4. x^3+px^2+qx+r -க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூச்சியமாக்கிகள் எனில், $\sum \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு

(1) $-\frac{q}{r}$ (2) $-\frac{p}{r}$ (3) $\frac{q}{r}$ (4) $-\frac{q}{p}$

5. விகிதமுறு மூலத் தேற்றத்தின்படி பின்வருவனவற்றுள் எந்த எண் $4x^7+2x^4-10^3-5$ என்பதற்கு சாத்தியமற்ற விகிதமுறு பூச்சியமாகும்?

(1) -1 (2) $\frac{5}{4}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) 5

6. x^3-kx^2+9x எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

(1) $|k|\leq 6$ (2) $k=0$ (3) $|k|>6$ (4) $|k|\geq 6$

7. $[0,2\pi]$-ல் $\sin^4 x-2\sin^2 x+1$-ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை

(1) 2 (2) 4 (3) 1 (4) ∞

8. $x^3+12x^2+10ax+1999$ -க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

(1) $a\geq 0$ (2) $a>0$ (3) $a<0$ (4) $a\leq 0$

9. x^3+2x+3 எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு

(1) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்

(2) ஒரு மிகை மற்றும் இரு மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்

(3) மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்

(4) பூச்சியமாக்கிகள் இல்லை

10. $\sum_{r=0}^{n} {}^{n}C_r(-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை

(1) 0 (2) n (3) $<n$ (4) r

பாடச்சுருக்கம்

- படி 2 அல்லது 3 உடைய பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டிற்கான வியட்டாவின் சூத்திரம் $n>3$.
- இயற்கணிதத்தின் அடிப்படைத் தேற்றம்: $n\geq 1$ படியுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு $\mathbb{C}$-ல் குறைந்தபட்சம் ஒரு பூச்சியமாக்கியாவது உண்டு.
- இணை கலப்பெண் மூலத் தேற்றம்: பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் கெழுக்கள் மெய்யெண்கள் எனில் மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் இணை சோடிகளாகத்தான் நிகழ்கின்றன.
- விகிதமுறு மூலத் தேற்றம்: $a_nx^n+\cdots+a_1x+a_0=0$ (இங்கு $a_n\neq 0$ மற்றும் $a_0\neq 0$) என்பது முழுக்களைக் கெழுக்களாகக் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாடாகும். $\frac{p}{q}$ (இங்கு $(p,q)=1$ ஆகும்) என்பது பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் மூலம் எனில், a_0 -ன் காரணி p ஆகவும், a_n -னின் காரணி q ஆகவும் இருக்கும்.

- இரட்டைப் படை எண் அடுக்குகளை மட்டும் கொண்டிருக்கும் பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடுகள், பகுதி காரணிபடுத்தப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடுகள், கெழுக்களின் கூடுதல் பூச்சியமாக உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடுகள், தலைகீழ் சமன்பாடுகள் போன்ற சில சிறப்பான பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடுகளினைத் தீர்க்க வழிமுறைகள்.
- டெஸ்கார்ட்டே விதி: $P(x)$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை p எனில் மற்றும் $P(x)$ –ன் கெழுக்களின் குறிமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை s எனில் $s-p$ ஒரு குறையற்ற இரட்டைப்படை முழு எண்ணாகும்.

இணையச் செயல்பாடு (ICT CORNER)

https://ggbm.at/vchq92pg அல்லது Scan the QR Code

இணைய உலாவியை திறக்கவும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலி/விரைவுக் குறியீட்டை தட்டச்சு செய்யவும். GeoGebra-வின் "12th Standard Mathematics" பக்கம் தோன்றும். இப்பணித்தாள் புத்தகத்தின் இடது பக்கம் உங்கள் பாடநூலுடன் தொடர்புடைய பல அத்தியாயங்கள் காணப்படும். அவற்றில் "Theory of Equations" எனும் அத்தியாயத்தைத் தேர்வு செய்க. இப்பொழுது இப்பாடம் தொடர்பான பல பணித்தாள்களை இப்பக்கத்தில் காண்பீர்கள். "Relation between roots and co-efficients" பயிற்சித்தாளை தேர்வு செய்க.

B225_12_MATHS_TM

19. $\sin^{-1}\frac{x}{5}+\operatorname{cosec}^{-1}\frac{5}{4}=\frac{\pi}{2}$ எனில், x -ன் மதிப்பு

(1) 4 (2) 5 (3) 2 (4) 3

20. $|x|<1$ எனில், $\sin(\tan^{-1}x)$ -ன் மதிப்பு

(1) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (4) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

பாடச்சுருக்கம்

நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள் (Inverse Trigonometric Functions)

நேர்மாறு சைன் சார்பு	நேர்மாறு கொசைன் சார்பு	நேர்மாறு தொடு கோட்டுச் சார்பு	நேர்மாறு கொசீகண்ட் சார்பு	நேர்மாறு சீகண்ட் சார்பு	நேர்மாறு கோடான்-ஜெண்ட் சார்பு
சார்பகம் $[-1,1]$	சார்பகம் $[-1,1]$	சார்பகம் $\mathbb{R}$	சார்பகம் $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$	சார்பகம் $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$	சார்பகம் $\mathbb{R}$
வீச்சகம் $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$	வீச்சகம் $[0,\pi]$	வீச்சகம் $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$	வீச்சகம் $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]-\{0\}$	வீச்சகம் $[0,\pi]-\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	வீச்சகம் $(0,\pi)$
காலச் சார்பு அல்ல	காலச் சார்பு அல்ல	காலச் சார்பு அல்ல	காலச் சார்பு அல்ல	காலச் சார்பு அல்ல	காலச் சார்பு அல்ல
ஒற்றைச் சார்பு	ஒற்றைச் சார்பும் அல்ல இரட்டைச் சார்பும் அல்ல	ஒற்றைச் சார்பு	ஒற்றைச் சார்பு	ஒற்றைச் சார்பும் அல்ல இரட்டைச் சார்பும் அல்ல	ஒற்றைச் சார்பும் அல்ல இரட்டைச் சார்பும் அல்ல
திடமாக ஏறும் சார்பு	திடமாக இறங்கும் சார்பு	திடமாக ஏறும் சார்பு	அதன் சார்பகத்தைப் பொறுத்து திடமாக குறையும் சார்பு.	அதன் சார்பகத்தைப் பொறுத்து திடமாக குறையும் சார்பு	திடமாக இறங்கும் சார்பு
ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு	ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு	ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு	ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு	ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு	ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகளின் பண்புகள்
(Properties of Inverse Trigonometric Functions)

பண்பு-I

(i) $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ எனில், $\sin^{-1}(\sin\theta)=\theta$ (ii) $\theta\in[0,\pi]$ எனில், $\cos^{-1}(\cos\theta)=\theta$

(iii) $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ எனில், $\tan^{-1}(\tan\theta)=\theta$ (iv) $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\setminus\{0\}$ எனில், $\operatorname{cosec}^{-1}(\operatorname{cosec}\theta)=\theta$

(v) $\theta \in [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ எனில், $\sec^{-1}(\sec\theta) = \theta$ (vi) $\theta \in (0, \pi)$ எனில், $\cot^{-1}(\cot\theta) = \theta$

பண்பு-II

(i) $x \in [-1, 1]$ எனில், $\sin\left(\sin^{-1} x\right) = x$ (ii) $x \in [-1, 1]$ எனில், $\cos\left(\cos^{-1} x\right) = x$

(iii) $x \in \mathbb{R}$ எனில், $\tan\left(\tan^{-1} x\right) = x$ (iv) $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ எனில், $\operatorname{cosec}\left(\operatorname{cosec}^{-1} x\right) = x$

(v) $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ எனில், $\sec\left(\sec^{-1} x\right) = x$ (vi) $x \in \mathbb{R}$ எனில், $\cot\left(\cot^{-1} x\right) = x$

பண்பு-III தலைகீழ் நேர்மாறு முற்றொருமை (Reciprocal inverse identities)

(i) $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ எனில், $\sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \operatorname{cosec} x$ (ii) $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ எனில், $\cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \sec^{-1} x$

(iii) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \begin{cases} \cot^{-1} x & x > 0 \\ -\pi + \cot^{-1} x & x < 0. \end{cases}$

பண்பு-IV பிரதிபலிப்பு முற்றொருமைகள் (Reflection identities)

(i) $x \in [-1, 1]$ எனில், $\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$

(ii) $x \in \mathbb{R}$ எனில், $\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1} x$

(iii) $|x| \geq 1$ அல்லது $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ எனில், $\operatorname{cosec}^{-1}(-x) = -\operatorname{cosec}^{-1} x$

(iv) $x \in [-1, 1]$ எனில், $\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1} x$

(v) $|x| \geq 1$ அல்லது $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ எனில், $\sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1} x$

(vi) $x \in \mathbb{R}$ எனில், $\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x$

பண்பு-V துணை நேர்மாறு சார்பு முற்றொருமைகள் (Cofunction inverse identities)

(i) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, \ x \in [-1, 1].$ (ii) $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}, \ x \in \mathbb{R}.$

(iii) $\operatorname{cosec}^{-1} x + \sec^{-1} x = \frac{\pi}{2}, \ x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ அல்லது $|x| \geq 1$.

பண்பு-VI

(i) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1}\left(x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\right)$, இங்கு $x^2 + y^2 \leq 1$ அல்லது $xy < 0$.

(ii) $\sin^{-1} x - \sin^{-1} y = \sin^{-1}\left(x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2}\right)$, இங்கு $x^2 + y^2 \leq 1$ அல்லது $xy > 0$.

(iii) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \cos^{-1}\left[xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\right]$, இங்கு $x + y \geq 0$.

(iv) $x \leq y$ எனில், $\cos^{-1} x - \cos^{-1} y = \cos^{-1}\left[xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\right]$

(v) $xy < 1$ எனில், $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right)$

(vi) $xy > -1$ எனில், $\tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1}\left(\dfrac{x-y}{1+xy}\right)$

பண்பு-VII

(i) $2\tan^{-1} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{2x}{1-x^2}\right),\ |x| < 1$ (ii) $2\tan^{-1} x = \cos^{-1}\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right),\ x \geq 0$

(iii) $2\tan^{-1} x = \sin^{-1}\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right),\ |x| \leq 1$

பண்பு-VIII

(i) $|x| \leq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ அல்லது $-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ எனில், $\sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = 2\sin^{-1} x$

(ii) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ எனில், $\sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = 2\cos^{-1} x$

பண்பு-IX

(i) $0 \leq x \leq 1$ எனில், $\sin^{-1} x = \cos^{-1}\sqrt{1-x^2}$ (ii) $-1 \leq x < 0$ எனில், $\sin^{-1} x = -\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}$

(ii) $-1 < x < 1$ எனில், $\sin^{-1} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ (iv) $0 \leq x \leq 1$ எனில், $\cos^{-1} x = \sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$

(v) $-1 \leq x < 0$ எனில், $\cos^{-1} x = \pi - \sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$

(vi) $x > 0$ எனில், $\tan^{-1} x = \sin^{-1}\left(\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

பண்பு-X

(i) $3\sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3),\ x \in \left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$. (ii) $3\cos^{-1} x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x),\ x \in \left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$.

இணையச் செயல்பாடு (ICT CORNER)

https://ggbm.at/vchq92pg அல்லது Scan the QR Code

இணைய உலாவியை திறக்கவும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலி/விரைவுக் குறியீட்டை தட்டச்சு செய்யவும். GeoGebra–வின் "12th Standard Mathematics" பக்கம் தோன்றும். இப்பணித்தாள் புத்தகத்தின் இடது பக்கம் உங்கள் பாடநூலுடன் தொடர்புடைய பல அத்தியாயங்கள் காணப்படும். அவற்றில் "Inverse Trigonometric Functions" எனும் அத்தியாயத்தைத் தேர்வு செய்க. இப்பொழுது இப்பாடம் தொடர்பான பல பணித்தாள்களை இப்பக்கத்தில் காண்பீர்கள். "Graph of Inverse Trigonometric Functions" பயிற்சித்தாளை தேர்வு செய்க.

B225_12_MATHS_TM

20. $(x-3)^2+(y-4)^2=\frac{y^2}{9}$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

21. P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2=4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாதை

(1) $2x+1=0$ (2) $x=-1$ (3) $2x-1=0$ (4) $x=1$

22. $(1,-2)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் $(3,0)$ என்ற புள்ளியில் x -அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?

(1) $(-5,2)$ (2) $(2,-5)$ (3) $(5,-2)$ (4) $(-2,5)$

23. $(-2,0)$ -இலிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளிக்கான தூரம் அந்தப் புள்ளிக்கும் நேர்க்கோடு $x=\frac{-9}{2}$ -க்கும் இடையேயான தூரத்தைப் போல் $\frac{2}{3}$ மடங்கு உள்ளது எனில் அந்தப் புள்ளியின் நியமப்பாதை

(1) பரவளையம் (2) அதிபரவளையம் (3) நீள்வட்டம் (4) வட்டம்

24. $x^2-(a+b)x-4=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் மதிப்புகள் m -ன் மதிப்புகளாக இருக்கும்போது $y=mx+2\sqrt{5}$ என்றநேர்க்கோடு $16x^2-9y^2=144$ என்றஅதிபரவளையத்தைத் தொட்டுச் செல்கின்றது எனில் $(a+b)$ -ன் மதிப்பு

(1) 2 (2) 4 (3) 0 (4) -2

25. $x^2+y^2-8x-4y+c=0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை $(11,2)$ எனில் அதன் மறுமுனை

(1) $(-5,2)$ (2) $(2,-5)$ (3) $(5,-2)$ (4) $(-2,5)$

பாடச்சுருக்கம்

(1) வட்டச் சமன்பாட்டின் திட்டவடிவம் $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

(i) மையம் (h,k) (ii) ஆரம் 'r'

(2) வட்டச் சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$.

(i) மையம் $(-g,-f)$ (ii) ஆரம் $=\sqrt{g^2+f^2-c}$

(3) $lx+my+n=0$ என்ற நேர்க்கோடும் $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

என்ற வட்டமும் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளிகள் வழியே செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2+2gx+2fy+c+\lambda(lx+my+n)=0, \lambda\in\mathbb{R}^1$.

(4) ஒரு வட்டத்தின் விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகள் (x_1,y_1) மற்றும் (x_2,y_2) எனில் அந்த வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ ஆகும்.

(5) (x_1,y_1) என்ற புள்ளியில் $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுச் சமன்பாடு $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$

(6) (x_1, y_1) என்ற புள்ளியில் $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்ற வட்டத்தின் செங்கோட்டுச் சமன்பாடு $yx_1 - xy_1 + g(y-y_1) - f(x-x_1) = 0$.

அட்டவணை 1

தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடு

வளைவரை	சமன்பாடு	தொடுகோட்டுச் சமன்பாடு	செங்கோட்டுச் சமன்பாடு
வட்டம்	$x^2+y^2=a^2$	(i) கார்ட்டீசியன் வடிவம் $xx_1+yy_1=a^2$ (ii) துணையலகு வடிவம் $x\cos\theta + y\sin\theta = a$	(i) கார்ட்டீசியன் வடிவம் $xy_1 - yx_1 = 0$ (ii) துணையலகு வடிவம் $x\sin\theta - y\cos\theta = 0$
பரவளையம்	$y^2=4ax$	(i) $yy_1 = 2a(x+x_1)$ (ii) $yt = x + at^2$	(i) $xy_1 + 2y = 2ay_1 + x_1y_1$ (ii) $y + xt = at^3 + 2at$
நீள்வட்டம்	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	(i) $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$ (ii) $\frac{x\cos\theta}{a}+\frac{y\sin\theta}{b}=1$	(i) $\frac{a^2x}{x_1}+\frac{b^2y}{y_1}=a^2-b^2$ (ii) $\frac{ax}{\cos\theta}-\frac{by}{\sin\theta}=a^2-b^2$
அதி பரவளையம்	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	(i) $\frac{xx_1}{a^2}-\frac{yy_1}{b^2}=1$ (ii) $\frac{x\sec\theta}{a}-\frac{y\tan\theta}{b}=1$	(i) $\frac{a^2x}{x_1}+\frac{b^2y}{y_1}=a^2+b^2$ (ii) $\frac{ax}{\sec\theta}+\frac{by}{\tan\theta}=a^2+b^2$

அட்டவணை 2

$y = mx + c$ என்ற நேர்க்கோடு கூம்பு வளைகளின் தொடுகோடாக இருக்க நிபந்தனை

கூம்பு வளைவு	சமன்பாடு	தொடுகோடாக இருக்க நிபந்தனை	தொடுபுள்ளி	தொடுகோட்டுச் சமன்பாடு
வட்டம்	$x^2+y^2=a^2$	$c^2 = a^2(1+m^2)$	$\left(\frac{\mp am}{\sqrt{1+m^2}}, \frac{\pm a}{\sqrt{1+m^2}}\right)$	$y = mx \pm \sqrt{1+m^2}$
பரவளையம்	$y^2=4ax$	$c=\frac{a}{m}$	$\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$	$y = mx + \frac{a}{m}$
நீள்வட்டம்	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$c^2 = a^2m^2+b^2$	$\left(\frac{-a^2m}{c}, \frac{b^2}{c}\right)$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2+b^2}$
அதி பரவளையம்	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$c^2 = a^2m^2-b^2$	$\left(\frac{-a^2m}{c}, \frac{-b^2}{c}\right)$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2-b^2}$

அட்டவணை 3

துணையலகு வடிவங்கள்

கூம்பு வளைவு	துணையலகுச் சமன்பாடுகள்	துணையலகு	துணையலகு வீச்சு	கூம்பு வளைவின் மீதுள்ள ஏதேனுமொரு புள்ளி
வட்டம்	$x = a\cos\theta$ $y = a\sin\theta$	θ	$0 \le \theta \le 2\pi$	'θ' or $(a\cos\theta, a\sin\theta)$
பரவளையம்	$x = at^2$ $y = 2at$	t	$-\infty < t < \infty$	't' or $(at^2, 2at)$
நீள்வட்டம்	$x = a\cos\theta$ $y = b\sin\theta$	θ	$0 \le \theta \le 2\pi$	'θ' or $(a\cos\theta, b\sin\theta)$
அதி பரவளையம்	$x = a\sec\theta$ $y = b\tan\theta$	θ	$-\pi \le \theta \le \pi$ except $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$	'θ' or $(a\sec\theta, b\tan\theta)$

5.4.3 கூம்பு வளைவின் பொதுச் சமன்பாடு $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ -லிருந்து கூம்புவளைவின் வடிவங்களை அடையாளம் காணல்

(Identifying the conics from the general equation of the conic $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$)

இரண்டாம்படி சமன்பாட்டின் வரைபடம் பின்வரும் நிபந்தனைகளுக்கு ஏற்ப வட்டம், பரவளையம், நீள்வட்டம், அதிபரவளையம், ஒரு புள்ளி, வெற்றுக்கணம், ஒரு நேர்க்கோடு அல்லது ஒரு இரட்டை நேர்க்கோடாக இருக்கும்.

(1) $A = C = 1,\ B = 0, D = -2h,\ E = -2k,\ F = h^2 + k^2 - r^2$ எனில் பொதுச்சமன்பாடு $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ எனக்கிடைக்கும். இது ஒரு வட்டம் ஆகும்.

(2) $B = 0$ மற்றும் A அல்லது $C = 0$ எனில், பொதுச்சமன்பாடு நாம் படித்த ஏதேனும் ஒரு பரவளையம் ஆகும்.

(3) $A \ne C$ மற்றும் A மற்றும் C இரண்டும் ஒரே குறியாக இருப்பின் பொதுச் சமன்பாடு நீள்வட்டத்தைத் தரும்.

(4) $A \ne C$ மற்றும் A மற்றும் C இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்குறியாக இருக்குமானால் பொதுச் சமன்பாடு அதிபரவளையத்தைத் தரும்.

(5) $A = C$ மற்றும் $B = D = E = F = 0$, எனில் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 + y^2 = 0$ என்ற புள்ளியாக மாறும்.

(6) $A = C = F$ மற்றும் $B = D = E = 0$, எனில் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 + y^2 + 1 = 0$ என்ற வெற்றுக் கணத்தைத் தரும்.

(7) $A \neq 0$ அல்லது $C \neq 0$ மற்றும் மற்ற கெழுக்கள் பூச்சியம் எனில் பொதுச் சமன்பாடு ஆய அச்சுகளின் சமன்பாட்டைத் தரும்.

(8) $A = -C$ மற்றும் மற்ற அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியம் எனில் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 - y^2 = 0$ என்ற இரட்டை நேர்க்கோட்டைத் தரும்.

இணையச் செயல்பாடு (ICT CORNER)

https://ggbm.at/vchq92pg அல்லது Scan the QR Code

இணைய உலாவியை திறக்கவும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலி/விரைவுக் குறியீட்டை தட்டச்சு செய்யவும். GeoGebra–வின் "12th Standard Mathematics" பக்கம் தோன்றும். இப்பணித்தாள் புத்தகத்தின் இடது பக்கம் உங்கள் பாடநூலுடன் தொடர்புடைய பல அத்தியாயங்கள் காணப்படும். அவற்றில் "Two Dimensional Analytical Geometry-II" எனும் அத்தியாயத்தைத் தேர்வு செய்க. இப்பொழுது இப்பாடம் தொடர்பான பல பணித்தாள்களை இப்பக்கத்தில் காண்பீர்கள். "Conic Tracing" பயிற்சித்தாளை தேர்வு செய்க.

B225_12_MATHS_TM

(3) $(1,-2,-1)$ மற்றும் $(1,4,-2)$ (4) $(1,-2,-1)$ மற்றும் $(0,-6,1)$

23. ஆதியிலிருந்து $(1,1,1)$ என்ற புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவானது $x+y+z+k=0$ என்ற தளத்திலிருந்து அப்புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவில் பாதி எனில், k –ன் மதிப்புகள்

(1) ± 3 (2) ± 6 (3) $-3,9$ (4) $3,-9$

24. $\vec{r}.(2\hat{i}-\lambda\hat{j}+\hat{k})=3$ மற்றும் $\vec{r}.(4\hat{i}+\hat{j}-\mu\hat{k})=5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில், λ மற்றும் μ –ன் மதிப்புகள்

(1) $\frac{1}{2},-2$ (2) $-\frac{1}{2},2$ (3) $-\frac{1}{2},-2$ (4) $\frac{1}{2},2$

25. ஆதியிலிருந்து $2x+3y+\lambda z=1$, $\lambda>0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$, எனில், λ –ன் மதிப்பு

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) 0 (4) 1

பாடச்சுருக்கம்

1. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ என்பனகொடுக்கப்பட்ட மூன்றுவெக்டர்கள் எனில், $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ என்பதுஅவ்வெக்டர்களின் **திசையிலி முப்பெருக்கல்** எனப்படும். $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ ஒரு திசையிலியாகும்.
2. $\vec{a},\vec{b}$ மற்றும் $\vec{c}$ என்ற மூன்று வெக்டர்களை ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்டு உருவாக்கப்படும் இணைகரத்திண்மத்தின் கனஅளவு $|(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}|$ ஆகும்.
3. பூச்சியமற்ற மூன்று வெக்டர்களின் திசையிலி முப்பெருக்கல் பூச்சியம் என இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே அம்மூன்று வெக்டர்களும் ஒருதள வெக்டர்களாகும்.
4. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ எனும் ஏதேனும் மூன்று வெக்டர்கள் ஒருதள வெக்டர்களாக தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை, குறைந்தபட்சம் ஒன்றாவது பூச்சியமற்றதாகவும் மற்றும் $r\vec{a}+s\vec{b}+t\vec{c}=\vec{0}$ எனுமாறுள்ள $r,s,t\in\mathbb{R}$ என்ற திசையிலிகளைக் காணமுடியும்.
5. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ மற்றும் $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ என்பன மூன்று வெக்டர்களைக் கொண்ட ஏதேனும் இரண்டு தொகுப்புகள், மற்றும் $\vec{p}=x_1\vec{a}+y_1\vec{b}+z_1\vec{c}$, $\vec{q}=x_2\vec{a}+y_2\vec{b}+z_2\vec{c}$, $\vec{r}=x_3\vec{a}+y_3\vec{b}+z_3\vec{c}$ எனில் $\left[\vec{p},\vec{q},\vec{r}\right]=\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\\ x_3 & y_3 & z_3\end{vmatrix}\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]$.
6. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று வெக்டர்கள் எனில், $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ என்பது இம்மூன்று வெக்டர்களின் வெக்டர் முப்பெருக்கல் என அழைக்கப்படுகிறது.
7. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று வெக்டர்கள்எனில், $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=(\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b}-(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$
8. $\vec{a}$ ஐ நிலைவெக்டராகக் கொண்ட நிலைத்த புள்ளி வழிச் செல்வதும் கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் $\vec{b}$ க்கு இணையாகவும் உள்ள நேர்க்கோட்டின் வெக்டர் சமன்பாடு $\vec{r}=\vec{a}+t\vec{b}$, இங்கு $t\in\mathbb{R}$ ஆகும்.
9. (x_1,y_1,z_1) எனும் புள்ளி வழியாகச்செல்வதும் b_1,b_2,b_3 எனும்திசை விகிதங்களைக் கொண்ட வெக்டருக்கு இணையானதுமான நேர்க்கோட்டின் கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\frac{x-x_1}{b_1}=\frac{y-y_1}{b_2}=\frac{z-z_1}{b_3}$$

10. $\frac{x-x_1}{b_1}=\frac{y-y_1}{b_2}=\frac{z-z_1}{b_3}$ எனும் நேர்க்கோட்டின் மீது உள்ள எந்தவொரு புள்ளியும் $\left(x_1+tb_1,\ y_1+tb_2,\ z_1+tb_3\right), t\in\mathbb{R}$ என்ற வடிவில் இருக்கும்.

11. கொடுக்கப்பட்ட $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ எனும் நிலைவெக்டர்களைக் கொண்ட இருபுள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு $\vec{r}=\vec{a}+t\left(\vec{b}-\vec{a}\right), t\in\mathbb{R}$ ஆகும்.

12. $\left(x_1,y_1,z_1\right)$ மற்றும் $\left(x_2,y_2,z_2\right)$ எனும் இரு புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் கார்டீசியன் சமன்பாடு $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$.

13. $\vec{r}=\vec{a}+s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r}=\vec{c}+t\vec{d}$ எனும் இரு நேர்க்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் θ எனில், $\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\left|\vec{b}\cdot\vec{d}\right|}{\left|\vec{b}\right|\left|\vec{d}\right|}\right)$.

14. இரு நேர்க்கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையுமானால், அவை ஒரு தளம் அமையும் கோடுகள் எனப்படும்.

15. புறவெளியில் இணையாக இல்லாமலும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளாமலும் உள்ள இரு கோடுகளை ஒரு தளம் அமையாக் கோடுகள் என அழைக்கிறோம்.

16. ஒரு தளம் அமையா இரு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரமானது அவ்விரு கோடுகளுக்கும் செங்குத்தான கோட்டுத்துண்டின் நீளமாகும்.

17. $\vec{r}=\vec{a}+s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r}=\vec{c}+t\vec{d}$ எனும் ஒருதளம் அமையாக் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரம் $\delta=\frac{\left|\left(\vec{c}-\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\times\vec{d}\right)\right|}{\left|\vec{b}\times\vec{d}\right|}$, இங்கு $|\vec{b}\times\vec{d}|\neq 0$ ஆகும்.

18. $\vec{r}=\vec{a}+s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r}=\vec{c}+t\vec{d}$ எனும் கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் கோடுகள் எனில், $\left(\vec{c}-\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\times\vec{d}\right)=0$ ஆகும்.

19. $\vec{r}=\vec{a}+s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r}=\vec{c}+t\vec{b}$ எனும் இணைக் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரம் $d=\frac{\left|\left(\vec{c}-\vec{a}\right)\times\vec{b}\right|}{\left|\vec{b}\right|}$, இங்கு $|\vec{b}|\neq 0$ ஆகும்.

20. $\frac{x-x_1}{b_1}=\frac{y-y_1}{b_2}=\frac{z-z_1}{b_3}$ மற்றும் $\frac{x-x_2}{d_1}=\frac{y-y_2}{d_2}=\frac{z-z_2}{d_3}$ ஒன்றையொன்று வெட்டும் எனில்,

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix}=0$$

21. ஒரு தளத்திற்கு செங்குத்தான நேர்க்கோட்டை அத்தளத்தின் செங்குத்து அல்லது செங்கோடு என்கிறோம்..

22. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு p மற்றும் தளத்திற்குச் செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டர் $\hat{d}$ எனில் தளத்தின் சமன்பாடு $\vec{r}\cdot\hat{d} = p$ ஆகும். (செங்கோட்டு வடிவம்)

23. செங்கோட்டு வடிவில் தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு $lx + my + nz = p$ ஆகும்.

24. $\vec{a}$ எனும் வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளி வழியாகச் செல்வதும் $\vec{n}$ க்குச் செங்குத்தாக உள்ளதுமான தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு $\left(\vec{r}-\vec{a}\right)\cdot\vec{n} = 0$ ஆகும்.

25. $\left(x_1, y_1, z_1\right)$ எனும் புள்ளி வழியாகச் செல்வதும் a,b,c ஆகியவற்றை திசை விகிதங்களாகக் கொண்ட வெக்டருக்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு $a\left(x-x_1\right)+b\left(y-y_1\right)+c\left(z-z_1\right)=0$ ஆகும்.

26. x, y, z அச்சுக்களில் முறையே a, b, c எனும் வெட்டுத்துண்டுகளை ஏற்படுத்தும் $\vec{r}\cdot\vec{n} = q$ எனும் தளத்தின் வெட்டுத்துண்டு வடிவச் சமன்பாடு $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ ஆகும்.

27. ஒரே கோட்டிலமையாத $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ எனும் மூன்று வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு $\vec{r} = \vec{a} + s\left(\vec{b}-\vec{a}\right)+t\left(\vec{c}-\vec{a}\right)$ ஆகும்.

28. $\left(x_1, y_1, z_1\right), \left(x_2, y_2, z_2\right), \left(x_3, y_3, z_3\right)$ எனும் ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$.

29. ஒரு கோட்டின் மீதுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் தளத்தின் மீது இருக்கிறது மற்றும் தளத்தின் செங்கோடு நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தாக உள்ளது எனில், அந்நேர்க்கோடு தளத்தின் மீது இருக்கும்.

30. $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r} = \vec{c} + t\vec{d}$ எனும் இணை அல்லாத இரண்டு நேர்க்கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமைவதற்கான நிபந்தனை $\left(\vec{c}-\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\times\vec{d}\right)=0$ ஆகும்.

31. $\frac{x-x_1}{b_1}=\frac{y-y_1}{b_2}=\frac{z-z_1}{b_3}$ மற்றும் $\frac{x-x_2}{d_1}=\frac{y-y_2}{d_2}=\frac{z-z_2}{d_3}$ எனும் கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமைவதற்கான நிபந்தனை $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} = 0$ ஆகும்.

32. $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r} = \vec{c} + t\vec{d}$ எனும் ஒரே தளத்தில் அமையும் இணை அல்லாத இரண்டு நேர்க்கோடுகளை கொண்டுள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு $\left(\vec{r}-\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\times\vec{d}\right)=0$ அல்லது $\left(\vec{r}-\vec{c}\right)\cdot\left(\vec{b}\times\vec{d}\right)=0$.

33. $\vec{r}\cdot\vec{n}_1 = p_1$ மற்றும் $\vec{r}\cdot\vec{n}_2 = p_2$ எனும் தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ எனில், $\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}\right)$ ஆகும்

34. $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ எனும் கோட்டிற்கும் $\vec{r}\cdot\vec{n} = p$ எனும் தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் θ எனில், $\theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{|\vec{b}\cdot\vec{n}|}{|\vec{b}||\vec{n}|}\right)$ ஆகும்.

35. $\vec{u}$ எனும் நிலைவெக்டரைக் கொண்ட புள்ளியிலிருந்து $\vec{r}\cdot\vec{n} = p$ எனும் தளத்திற்கு உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு $\delta = \dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{n} - p|}{|\vec{n}|}$ ஆகும்.

36. (x_1, y_1, z_1) எனும் புள்ளியிலிருந்து $ax + by + cz = p$ எனும் தளத்திற்கு உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு $\delta = \dfrac{|ax_1 + by_1 + cz_1 - p|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ ஆகும்.

37. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $ax + by + cz + d = 0$ எனும் தளத்திற்கு உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு $\delta = \dfrac{|d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ ஆகும்.

38. $ax + by + cz + d_1 = 0$ மற்றும் $ax + by + cz + d_2 = 0$ எனும் இணையான இரு தளங்களுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு $\dfrac{|d_1 - \mathrm{d}_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ ஆகும்.

39. $\vec{r}\cdot\vec{n}_1 = d_1$ மற்றும் $\vec{r}\cdot\vec{n}_2 = d_2$ எனும் தளங்களின் வெட்டுக்கோடு வழியாகச் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு $(\vec{r}\cdot\vec{n}_1 - d_1) + \lambda(\vec{r}\cdot\vec{n}_2 - d_2) = 0$, இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

40. $ax_1 + by_1 + cz_1 = d_1$ மற்றும் $ax_2 + by_2 + cz_2 = d_2$ எனும் தளங்களின் வெட்டுக்கோடு வழியாகச் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு $(ax_1 + by_1 + cz_1 - d_1) + \lambda(ax_2 + by_2 + cz_2 - d_2) = 0$

41. $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ எனும் கோடும் $\vec{r}\cdot\vec{n} = p$ எனும் தளமும் சந்திக்கும் புள்ளியின் நிலைவெக்டர் $\vec{u} = \vec{a} + \left(\dfrac{p - (\vec{a}\cdot\vec{n})}{\vec{b}\cdot\vec{n}}\right)\vec{b}$, இங்கு $\vec{b}\cdot\vec{n} \neq \vec{0}$ ஆகும்.

இணையச் செயல்பாடு (ICT CORNER)

https://ggbm.at/vchq92pg அல்லது Scan the QR Code

இணைய உலாவியை திறக்கவும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலி/விரைவுக் குறியீட்டை தட்டச்சு செய்யவும். GeoGebra–வின் "12th Standard Mathematics" பக்கம் தோன்றும். இப்பணித்தாள் புத்தகத்தின் இடது பக்கம் உங்கள் பாடநூலுடன் தொடர்புடைய பல அத்தியாயங்கள் காணப்படும். அவற்றில் "Applications of Vector Algebra" எனும் அத்தியாயத்தைத் தேர்வு செய்க. இப்பொழுது இப்பாடம் தொடர்பான பல பணித்தாள்களை இப்பக்கத்தில் காண்பீர்கள். "Scalar Triple Product" பயிற்சித்தாளை தேர்வு செய்க.

B225_12_MATHS_TM